

NOMBRE	APELLIDOS	GRUPO
--------	-----------	-------

1. (1,5 puntos) Estudie si el vector $(3,12,7)$ pertenece al subespacio generado por los vectores $\{(3,6,2);(-1,0,1)\}$. Encuentre las ecuaciones cartesianas de dicho subespacio.

$$\begin{vmatrix} 3 & -1 & 3 \\ 6 & 0 & 12 \\ 2 & 1 & 7 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow (3,12,7) \in L\{(3,6,2);(-1,0,1)\}$$

$$\begin{vmatrix} 3 & -1 & x \\ 6 & 0 & y \\ 2 & 1 & z \end{vmatrix} = 0 \rightarrow 6x - 5y + 6z = 0 \text{ Ecuación cartesiana del subespacio.}$$

2. (2,5 puntos) Estudie si la matriz $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ es diagonalizable y en caso de serlo halle la matriz de paso P y exprese la relación entre A y su matriz diagonal semejante.

Autovalores: $\lambda_1 = 2$ (doble); $\lambda_2 = 4$

$$rg(A - \lambda_1 I) = 1 \rightarrow Dim(L(\lambda_1)) = 3 - 1 = 2$$

$$rg(A - \lambda_2 I) = 2 \rightarrow Dim(L(\lambda_2)) = 3 - 2 = 1$$

$$\rightarrow Dim(L(\lambda_1)) + Dim(L(\lambda_2)) = 2 + 1 = 3 \rightarrow A \text{ ES DIAGONALIZABLE}$$

$$\text{Base } L(\lambda_1) = \{(1,1,0); (0,1,1)\} \quad \text{Base } L(\lambda_2) = \{(1,0,1)\}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}^{-1}$$

3. (2 puntos) Encuentre los óptimos relativos de la función $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2 - xy + x - 2z$.

$$\left. \begin{matrix} \frac{\partial f}{\partial x} = 2x - y + 1 = 0 \\ \frac{\partial f}{\partial y} = 2y - x = 0 \\ \frac{\partial f}{\partial z} = 2z - 2 = 0 \end{matrix} \right\}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

4. (1,5 puntos) Resuelva la integral $\int x \cdot \sqrt{x-3} dx$

$$\int x\sqrt{x-3}dx = (\text{Por partes}) \begin{cases} u = x \rightarrow du = 1 \\ dv = (x-3)^{1/2} \rightarrow v = \frac{2}{3}(x-3)^{3/2} \end{cases}$$

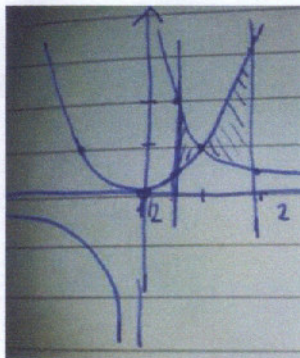
$$= \frac{2}{3}x(x-3)^{3/2} - \frac{4}{15}(x-3)^{5/2} + C$$

También puede hacerse por cambio de variable: $\sqrt{x-3} = t \rightarrow x = t^2 + 3 \rightarrow dx = 2tdt$

En este caso la solución sería: $\frac{2}{5}(\sqrt{x-3})^5 + 2(\sqrt{x-3})^3 + C$

5. (2,5 puntos) Calcule el área del recinto limitado por las funciones

$$y = x^2; y = \frac{1}{x} \text{ con } \frac{1}{2} \leq x \leq 2$$



$$A = \int_{1/2}^1 \left(\frac{1}{x} - x^2 \right) dx + \int_1^2 \left(x^2 - \frac{1}{x} \right) dx = \frac{49}{24} - \ln\left(\frac{1}{2}\right) - \ln 2 \quad u^2$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70